Inhalt

1. Die arabische Expansion

Gegen die Mitte des siebten Jahrhunderts erscheint ein bis dahin unbedeutendes Volk machtvoll auf der Bühne des Weltgeschehens. Nicht zuletzt dank der Schwäche des römischen Reiches und des Sasanidenreiches, die durch lange Abnützungskriege geschwächt waren, eroberten die Araber innerhalb kurzer Zeit ein enormes Territorium und bildeten darauf ein Imperium von bisher nie erreichtem Ausmaß. Innerhalb eines Jahrhunderts nach Mohammeds Tod, erstreckte sich das arabische Imperium von Spanien bis Indien, indem es unter dem Gesetz des Islam entlegenste Territorien und äußerst verschiedene Kulturen umfasste und vereinigte.

Chronologie der arabischen Expansion

632	Tod Mohammeds.
635	Eroberung von Damaskus.
636	Einnahme von Jerusalem.
637	Besetzung Syriens und Palästinas. Invasion in Persien. Eroberung von Ktesiphon.
639-41	Invasion in Ägypten.
640-44	Besetzung des Irak und Persiens.
647	Beginn des Vorstoßes ins mediterrane Afrika.
673	Belagerung von Konstantinopel.
680	Eroberung von Algerien.
681-82	Eroberung von Marokko. Die arabischen Armeen erreichen den atlantischen Ozean,
698	Einnahme von Karthago.
711	Eroberung von Spanien. Besetzung von Afghanistan und Teilen Pakistans. Einnahme von Buchara und Samarkand
717-18	Zweite Belagerung von Konstantinopel.
724	Einnahme von Taschkent und Besetzung von Transoxanien.
732	Schlacht von Poitiers und Ende der arabischen Expansion im Okzident.

zum Inhaltsverzeichnis

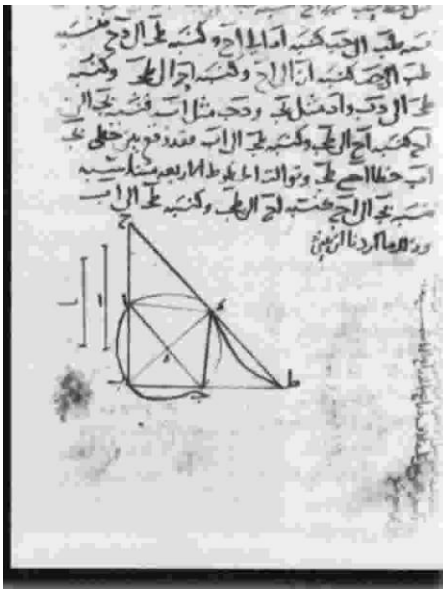
2. Die arabisch-islamische Kultur

Ungeachtet der hohen Geschwindigkeit der arabischen Expansion und der unvermeidlichen Zerstörungen eines Eroberungskrieges zeigte der neue Staat sofort eine große Vitalität und war schnell in der Lage, hinsichtlich des Glanzes der Höfe und der Lebensweise der Untertanen mit Imperien zu wetteifern, die auf älteste Traditionen zurückblicken konnten. Im Kontakt mit verschiedenen Völkern und Kulturen, nicht zuletzt auch dank einer Politik der Toleranz und einer intellektuellen Neugierde, die ihresgleichen sucht, gelang es den Arabern in kurzer Zeit, weit voneinander entfernte Kulturen zu assimilieren und sie zu einer neuartigen und vitalen Synthese zu verschmelzen. Dies geschah, indem sie ein Wissen schufen, an dem sich während vieler Jahrhunderte die rückständigsten Gesellschaften orientieren und davon schöpfen konnten, und indem sie eine Brücke schlugen zwischen der Welt der klassischen Antike und der modernen Welt.

Als das europäische Abendland, nachdem die dunkelsten Jahrhunderte des hohen Mittelalters überwunden waren, wieder an die beinahe gänzlich vergessenen Überlieferungen der antiken Kultur und Kunst anzuknüpfen begann, fand es durch die Kontakte mit der arabischen Welt ein Erbe vor, aus dem es für alle Gebiete des Wissens - von der Astronomie zur Medizin, von der Philosophie zur Mathematik – schöpfen konnte.

zum Inhaltsverzeichnis

3. Die Vermittlung der wissenschaftlichen Kenntnisse



Die aufgeklärtesten Kalifen finanzierten und ermutigten Gelehrte, Mediziner und Wissenschafter in ihrer Übersetzungsarbeit von wissenschaftlichen und klassischen philosophischen Texten sowie in ihren Bemühungen um die Schaffung einer arabisch-islamischen Kultur. Mit der Schaffung der Bayt al-Hikma (dem „Haus der Weisheit") in Bagdad durch den abbasidischen Kalifen al-Mamun erreichte die Übersetzungstätigkeit gewaltige Ausmaße und führte in kurzer Zeit zu einer Assimilation eines großen Teils der griechischen Wissenschaft.

Die wichtigsten Werke der klassischen Mathematik wurden ins Arabische übersetzt, darunter die Werke von Euklid, Archimedes und Apollonius. In einigen Fällen bildet die arabische Übersetzung bis heute das einzige Zeugnis des verlorenen griechischen Originals.

Nachdem sie mit der indischen Mathematik in Kontakt gekommen waren, assimilierten die Araber sehr schnell deren zentrale Errungenschaften, insbesondere die Verwendung der indischen Ziffern, die Notation nach dem dezimalen Stellenwertsystem und die Rechentechniken nach diesen neuen Notationen. Aus dem Zusammentreffen der indischen Arithmetik und der griechischen Geometrie mit dem fernen Echo ägyptischen und babylonischen Mathematik erwuchs eine in vielen Aspekten neue und einmalige Wissenschaft: die Algebra.

zum Inhaltsverzeichnis

4. Die Blüte der arabischen Mathematik

Die ersten eigenständigen mathematischen Werke, die innerhalb der arabischen Kultur erschienen, datieren aus dem neunten Jahrhundert. Einer Periode, in welcher der Assimilationsprozess zwischen den Völkern des arabischen Imperiums bereits in weiten Teilen abgeschlossen war. Konsequenterweise müsste man daher weniger von einer arabischen Mathematik im engeren Sinn als von einer islamischen Mathematik reden.

In der Tat stammte bereits der erste Mathematiker von Bedeutung, al-Khwarizmi (ungefähr 780 bis 850), aus Zentralasien, ebenso der Astronom al-Biruni (973 bis ungefähr 1040). Der Mathematiker und Poet Omar al-Khayyam (1048 bis ungefähr 1131) war Iraner.

Im zehnten und elften Jahrhundert erreichte die Mathematik ihre höchste Blüte. Gestärkt durch eine weithin assimilierte klassische Tradition und die wissenschaftlichen Beiträge nutzend, die aus allen Teilen der islamischen Welt stammten, nahm die arabische Wissenschaft während dieser Jahrhunderte eine einmalige Entwicklung. Sie repräsentierte den neusten Stand des Wissens und diente anderen zeitgenössischen Kulturen als unerreichbares Modell.

Unter den Mathematikern, denen diese Periode ihre Blüte verdankte, ragen Abu Kamil (ungefähr 850 bis ungefähr 930), Abu`l Wafa (940 bis 997) und al-Haytham, im Okzident bekannt als Alhazen (965 bis 1039), hervor.

Der Himmel schüttet schneeweiße Blumenblätter vom Himmel.
Du würdest sagen, dass sich ein Blumenregen über den Garten ergießt.
In den einer Lilie gleichen Kelch schütte ich den rosigen Wein,
von den violett gefärbten Wolken fällt ein Regen aus Jasmin.

0. Khayyam, Ruba'iyyat

zum Inhaltsverzeichnis

5. Arabische Ausdrücke in der abendländischen Mathematik

Zusammen mit den indo-arabischen Ziffern und dem Stellenwertsystem ging eine vom Arabischen abgeleitete Terminologie in die europäische Mathematik ein. In den meisten Fällen handelt es sich um eine mehr oder weniger getreue Transliteration, in anderen Fällen hingegen um eine Übersetzung der entsprechenden arabischen Ausdrücke, die oft selbst bereits Übersetzungen aus dem Griechischen oder dem Sanskrit waren. Die Präsenz arabischer Ausdrücke war insbesondere während des Mittelalters erheblich, so etwa auch in den Übersetzungen der griechischen Klassiker aus dem Arabischen. Als dann im 14. Jahrhundert wieder angefangen wurde, direkt die Originale einzusehen, wurden viele arabische Ausdrücke im Bereich der Geometrie durch die entsprechenden griechischen ersetzt und daher nicht mehr verwendet. Folglich blieben schließlich lediglich diejenigen Wörter übrig, für die eine Entsprechung im Griechischen fehlte.

Algebra, Almukabbala. Mathematische Operationen, um eine Gleichung auf eine kanonische Form zurückzuführen, das heißt indem die negativen Terme eliminiert und die Summe der ähnlichen Terme gebildet wird.
ar. al-jabr = „Restauration (eines Bruchs), Anpassung"
ar. al-muqäbala = „Vergleich"

Algorithmus. Die latinisierten Formen des Namens des Mathematikers al-Khwarizmi (Algorismus, Alcorismus, Algorithmus, ...) wurden schrittweise zu einem Substantiv umgebildet, das eine operative Rechenmethode bezeichnet.
ar. al-Khwarizmi, Eigenname

Sache, Zensus. In der lateinischen Algebra des Mittelalters bezeichnen „res" und „census" eine unbekannte Anzahl und das Quadrat einer unbekannten Anzahl, das heißt unser x und x^2.
ar. shay = „Ding, Sache"
ar, mal = „Eigentum, Vermögen"

Elkatain. Damit wird im *Liber abaci* eine Lösungsmethode benannt, die auch bekannt ist als „Methode des doppelten falschen Ansatzes".
ar. al-khata'ayn = „die zwei Fehler"

Wurzel. Bezeichnet in der Regel die Quadratwurzel einer Zahl, zuweilen aber auch eine unbekannte Anzahl.
ar. Jidhr = „Wurzel (einer Pflanze)"

Taube Zahl. Der Begriff „Numerus surdus" steht in der lateinischen Mathematik des Mittelalters als Synonym für „irrationale Zahl", Fibonacci verwendet im *Liber abaci* den Begriff „hasam“, um die Primzahlen zu bezeichnen.
ar. asamm = „taub"

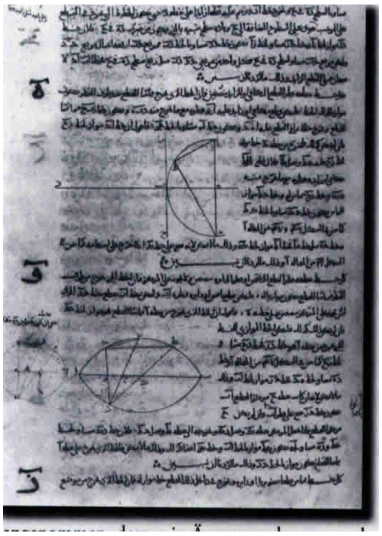
Sinus. Der Begriff „sinus“ ist eine wörtliche Übersetzung des arabischen Worts „jayb“, das seinerseits eine Transliteration des Worts „jiva" - einem Fachterminus der indischen Trigonometrie - aus dem Sanskrit darstellt.
ar, jayb = „Tasche, Öffnung. Bucht"

Null (Zerum), Ziffer. Ableitungen des arabischen Namens des Symbols °, mit dem die Leerstelle in der Notation nach dem Stellenwertsystem bezeichnet wurde, sind im Latein sowohl das „zephirum“ (später „zerum“) wie auch der Begriff „Ziffer“.
ar. sifr = „leer“

zum Inhaltsverzeichnis

6. Die Quellen des *Liber Abaci: A*l-Khwarizmi und Abu Kamil

Abu Ja'far Muhammad ihn Musa wurde al-Khwarizmi genannt, weil seine Familie - und vielleicht sogar er selbst - aus der Stadt Khwarizm in Zentralasien stammte. In seinem Namen, latinisiert zu „Rigorismus“, hat dann auch der Begriff Algorithmus, der heute einen Rechenvorgang bezeichnet, seinen Ursprung. Von seiner Biografie ist äußerst wenig bekannt: praktisch nur, dass er in der ersten Hälfte des neunten Jahrhunderts lebte und Astronom, Geograf und Historiker war. Sein Ruhm allerdings beruht auf zwei mathematischen Werken: ***Die indische Rechenkunst***, von der lediglich die lateinischen Versionen des 12. und 13. Jahrhunderts bekannt sind, und die ***Algebra*** (Al-Kitab al-muktasar fi hisab al-jabr wa'l-muqabala).



In letzteres integrierte al-Khwarizmi das aus der indischen Mathematik abgeleitete Wissen - darunter die Verwendung der Zahl Null und das Stellenwertsystem - sowie das Wissen aus den ***Elementen*** des Euklid - im speziellen das zweite Buch, das er verwendete, um einen geometrischen Beweis der Regeln zur Auflösung einer Gleichung zweiten Grades zu geben – und vereinigte es zu einem organischen Ganzen. Er lebte mit einiger Gewissheit zwischen 850 und 930.

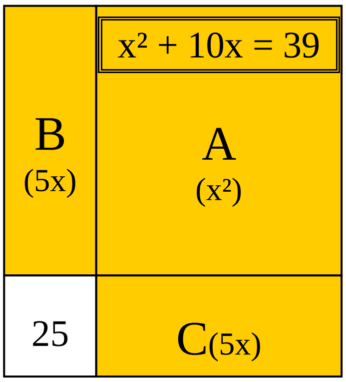
Abu Kamil war sehr wahrscheinlich der erste unter den arabischen Mathematikern, der ganzzahlige Lösungen unbestimmter Probleme in der Art und Weise des griechischen Mathematikers Diophant studierte. In seiner Algebra verwendete er Unbekannte in Potenzen, die höher als das Quadrat waren, und untersuchte Gleichungen mit irrationalen Koeffizienten. Viele der Beispiele von al-Khwarizmi finden sich in den Werken Fibonaccis wieder.

zum Inhaltsverzeichnis

7. Quadratische Gleichungen bei al Khwarizmi

Die eigentliche Geburtsstunde der klassischen Algebra wird vielfach mit der Entstehung des Buches "al-jabr wa'l muqabalah" des al-Khwarizmi gleichgesetzt. Diese Algebra (der Titel des Buches hat ja dem ganzen Gebiet den Namen gegeben) ist ein Lehrbuch der praktischen Elementarmathematik. Nach den Worten des Autors enthält das Buch alles, "was aus der Arithmetik überaus brauchbar ist, was Menschen bei Vererbungsangelegenheiten brauchen, bei Teilungsproblemen, bei Rechtsstreitigkeiten, im Handel, und überhaupt bei allen gegenseitigen Beziehungen; oder auch bei der Landvermessung, beim Graben von Kanälen, bei geometrischen Berechnungen und verschiedenen anderen Dingen."

Das Buch zerfällt in drei Teile. Das Herzstück ist der erste Teil, in dem Gleichungen vom ersten und zweiten Grad systematisch behandelt und aufgelöst werden. Im zweiten Teil werden praktische Vermessungsaufgaben, im dritten Teil Erbteilungsaufgaben mit dem theoretischen Rüstzeug des ersten Teiles gelöst.



Wurzeln und Quadrate sind gleich Zahlen; zum Beispiel,"ein Quadrat, und 10 Wurzeln desselben, ergeben 39 Dirhems;" das heißt, wie groß muss das Quadrat sein, welches, wenn es um 10 seiner eigenen Wurzeln ergänzt wird, 39 ergibt?

Die Lösung ist dies: du halbierst die Anzahl der Wurzeln, was in dem vorliegenden Beispiel 5 liefert. Dies multiplizierst du mit sich selbst; das Produkt ist 25. Addiere dies zu 39; die Summe ist 64. Nun nimm die Wurzel von diesem, welche 8 ist, und subtrahiere davon die Hälfte der Anzahl der Wurzeln, was 5 ist; der Rest ist 3. Dies ist die Wurzel des Quadrats, nach welcher du gesucht hast; das Quadrat selbst ist 9.

Demonstration des Falles:
"ein Quadrat und zehn Wurzeln sind gleich neununddreißig Dirhems"
Die Figur, die dies erklärt, ist ein Quadrat, dessen Seiten unbekannt sind. Wir gehen aus von dem Quadrat A, welches das Quadrat darstellt. Es ist unsere nächste Aufgabe, zu ihm 10 Wurzeln desselben zu addieren. Wir halbieren zu diesem Zweck die 10, so dass es 5 werden, und konstruieren zwei Rechtecke auf zwei Seiten des Quadrats A, nämlich B und C, die Länge von jedem dieser ist 5, wie die Hälfte der 10 Wurzeln, während die Breite von jedem gleich ist zu einer Seite des Quadrats A. Dann bleibt ein Quadrat übrig gegenüberliegend der Ecke des Quadrats A. Dies ist gleich 5 multipliziert mit 5: diese 5 ist die Hälfte der Anzahl der Wurzeln, welche wir zu jeder der zwei Seiten des ersten Quadrats addiert haben.
Somit wissen wir, dass das erste Quadrat und die zwei Rechtecke an seinen Seiten, welche 10 Wurzeln sind, zusammen 39 ergeben. Um das große Quadrat zu vervollständigen, fehlt dort nur ein Quadrat von 5 multipliziert mit 5, oder 25. Dies addieren wir zu 39, um das große Quadrat zu vervollständigen. Die Summe ist 64.
Wir ziehen die Wurzel, ergibt 8, welche eine der Seiten des großen Quadrats ist. Durch Subtrahieren derselben Anzahl, welche wir vorher addiert haben, von diesem, nämlich 8 - 5, erhalten wir 3 als den Rest. Dies ist die Seite des Vierecks A, welche das Quadrat darstellt; 3 ist die Wurzel dieses Quadrats, und das Quadrat selbst ist 9.

zum Inhaltsverzeichnis

8. Pisa und der Mittelmeerraum im 13. Jahrhundert

Pisa — die Metropole der Rum — verfügt über einen ziemlich weitreichenden Ruhm und ein Territorium von bemerkenswertem Umfang. Es prosperiert durch seine Märkte und seine Bauten, es erstreckt sich über eine sehr weite Fläche, Pflanzplätze und Gartenanlagen hat es im Überfluss und seine Anbauflächen erstrecken sich soweit das Auge reicht. Überlegen seine Position, verblüffend seine Heldentaten. Pisa ist umgeben von hohen Befestigungen, fruchtbaren Böden, Wasser im Überfluss und wunderbaren Monumenten. Die Bewohner Pisas, die Schiffe und Pferde besitzen, sind im Seehandel mit allen übrigen Ländern sehr geübt.

Diese Beschreibung des arabischen Geografen al-Idrisi umfasst die Blütezeit während der wirtschaftlichen Vormacht, die Pisa im 12. Jahrhundert erlebte und der eine ansehnliche militärische Macht entsprach. Pisa und Genua profitierten von den inneren Kämpfen, durch welche die Kalifate von Spanien und Afrika erschüttert wurden, und erwarben die Kontrolle über den abendländischen Mittelmeerraum. Sie waren an den Punkt gelangt, an dem sie den Kampf um die Oberhoheit beginnen konnten, der 1284 mit der Schlacht von Meloria beschlossen wurde.

zum Inhaltsverzeichnis

9. Die Ankunft der Almohaden und die Entwicklung des Handels

In einer ersten Phase waren die Beziehungen zwischen Pisa und dem Maghreb von permanenten Konflikten gekennzeichnet. Regelrechte kriegerische Aktionen von unterschiedlicher Dauer wurden unterbrochen durch Perioden relativer Ruhe, in denen blitzschnelle, unerwartete Aktionen mit Zerstörungen und Plünderungen vorherrschten. Beginnend im Jahr 1150 führten die wechselseitigen wirtschaftlichen Interessen zu einer Verbesserung der Beziehungen und schließlich - begünstigt auch durch die Konsolidierung einer Zentralmacht in den maghrebinischen Territorien - zu einem substanziellen Friedensschluss.

Nach einer Periode großer Instabilität, während der politische und religiöse Spaltungen das mohammedanische Abendland bestimmten, erfolgte die Expansion der Almoraviden, die daraufhin von den Almohaden abgelöst wurden. Letztere verliehen dem Maghreb politische Einheit und errangen auch einige Erfolge auf der iberischen Halbinsel, wodurch sie den Prozess der Reconquista (Rückeroberung) durch militärische Schläge aufhalten konnten.

Mit den neuen Oberhäuptern inaugurierte Pisa seit dem Jahr 1133 eine Politik der Kooperation, indem es Verhandlungen aufnahm, die zu einer Reihe von Friedensverträgen führten, die periodisch erneuert wurden und eine Reihe von Klauseln für die Entwicklung und Sicherung des Handels enthielten.

Aus dem Friedensvertrag von 1186 zwischen Pisa und Tunis:

1. Den Kaufleuten aus Pisa wird der Handel im almohadischen Reich erlaubt; beschränkt allerdings auf die Territorien von Ceuta, Oran, Bugia und Tunis sowie belegt mit dem absoluten Verbot in den anderen Ländern des Imperiums auszuschiffen und zu übernachten, es sei denn aufgrund des Wirkens höherer Gewalten. In jedem Fall ist es verboten, außerhalb der genannten Häfen zu verkaufen, zu kaufen und mit den Bewohnern zu sprechen. Von diesem Verbot wird die Stadt Almeria in Spanien ausgenommen, wo die Pisanischen Kaufleute aber nur autorisiert sind, sich mit Lebensmitteln zu versorgen und allenfalls Reparaturen an ihren Schiffen vornehmen zu lassen. Eine Verletzung dieser Normen kann mit dem Tod bestraft werden oder mit Sklaverei gemäß dem Willen des Souveräns.

2. Die Pisaner verpflichten sich, jegliche Aktionen, die den mohammedanischen Untertanen des Kalifen zum Schaden gereichen, streng zu bestrafen.

3. Denselben Pisanern ist es bei schwerster Strafe verboten, auf ihren Schiffen Untertanen des Kalifen zu transportieren.

4. Der Zoll für verkaufte Waren wird — „nach altem Brauch" — auf einen Zehntel des Verkaufspreises festgelegt.

5. Die Freiheit des Handels, die Sicherheitsgarantie für Personen und Sachen und die freie Seefahrt werden erneut bekräftigt.

zum Inhaltsverzeichnis

10. Leonardo Fibonacci aus Pisa

Der Grossteil der Nachrichten über Leonardo Fibonacci stammt aus seinen Werken selbst, insbesondere aus dem *Liber Abaci*.

Sein Geburtsdatum ist unbekannt und war Gegenstand verschiedener Mutmaßungen. Heute wird es gemeinhin auf wenig nach 1170 datiert. Sein Vater Guilielmus Bonacci (daher Fibonacci für Filius Bonacci) nahm ihn als Kind mit nach Bugia, einer Stadt in der Nähe des heutigen Algier, wo er als Diplomat der Gemeinde Pisa tätig war. Hier eignete sich Leonardo die ersten Kenntnisse der Mathematik an, die er dann im Verlauf zahlreicher Reisen durch den gesamten Mittelmeerraum vervollkommnete. Dadurch erwarb er sich den Spitznamen „Bigollo“, der Vagabund.

In seine Heimat zurückgekehrt, schrieb er im Jahr 1202 den *Liber Abaci*, ein Werk, mit dem er große Berühmtheit erlangte. Ob Fibonacci nachfolgend in Pisa verblieb oder seine Reisen durch die Welt fortsetzte, ist nicht bekannt, da bis zum Jahr 1220 Nachrichten von ihm gänzlich fehlen. 1220 publizierte er ein anderes Werk, die *Practica Geometriae*. Im Jahr 1226 begegnete er in Pisa dem Kaiser Friedrich II., zu dessen Hof er in der Folge die besten Beziehungen unterhielt: Die Überarbeitung des *Liber Abaci* von 1228 ist dem kaiserlichen Philosophen, Michele Scoto, gewidmet. Ebenfalls aus diesen Jahren stammen drei kleinere Werke, geringer allerdings lediglich im Umfang, nicht aber in ihrer Bedeutung: der *Liber Quadratorum*, das *Flos* und die *Epistola ad Magistrum Theodorum*. Von zwei weiteren Werken sind bloß die Namen überliefert, ohne dass genauer bekannt wäre, wann sie verfasst wurden: ein *Kommentar* zum zehnten *Buch der* Elemente *des Euklid* und ein *Buch von minderem Wert*, sehr wahrscheinlich ein Kompendium des *Liber Abaci*.

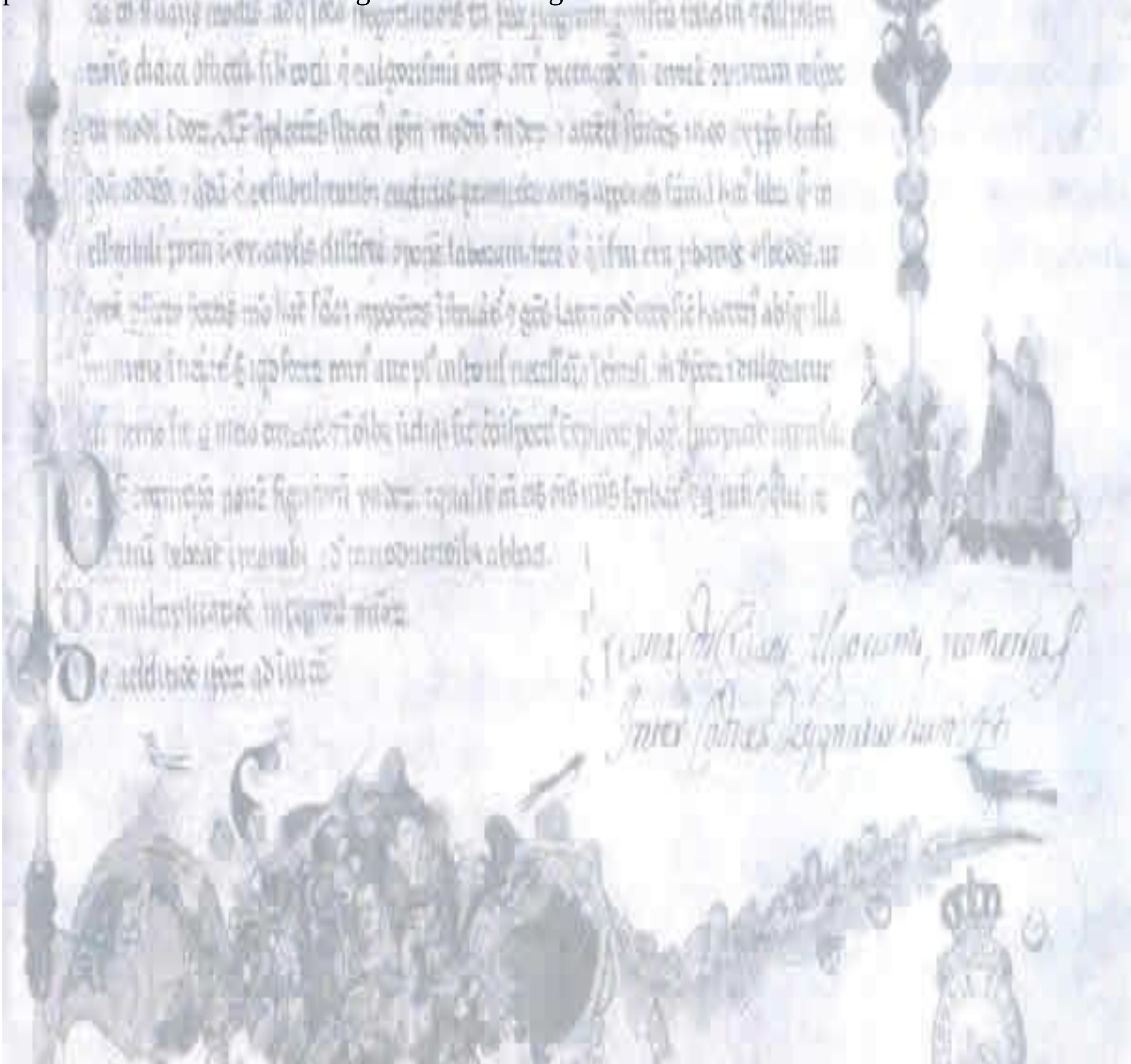
Ein Dokument aus dem Jahr 1241, mit dem ihm die Gemeinde von Pisa eine Pension zuspricht, bezeugt, dass Fibonacci zu diesem Zeitpunkt noch am Leben war. Von diesem Zeitpunkt an fehlen aber weitere Nachrichten von Leonardo Fibonacci.

zum Inhaltsverzeichnis

11. Der *Liber Abaci*

Der *Liber Abaci* sah das Licht der Welt im Jahr 1202. In ihm stellte Fibonacci das Wissen zusammen, das er während seiner Wanderschaft durch die arabischen Länder und durch den Mittelmeerraum erworben hatte, und verband es – wie er selbst sagt – mit eigenen Überlegungen und Ausarbeitungen. Das Resultat ist ein Werk, das seine Vorbilder an Umfang übertrifft und mit diesen fachlich wetteifert und das für lange Zeit in der Geschichte der abendländischen Mathematik unübertroffen bleiben sollte.

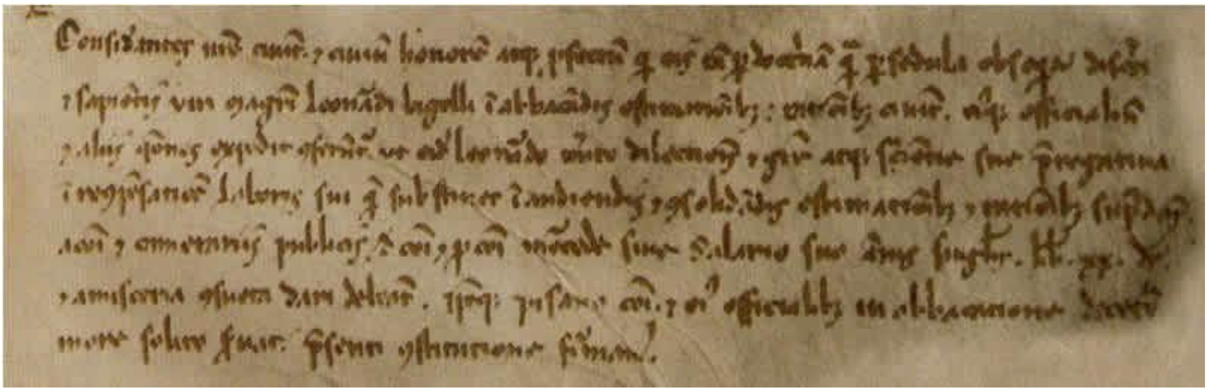
Es gibt keinen Bereich der Handelsmathematik, der nicht seinen Platz im *Liber Abaci* gefunden hätte: von den Gesellschaften zum Verleih, vom Wechsel zur Vereinheitlichung der Währungen, vom Verkauf zum Tauschhandel. All dies wird systematisch und mit einer Reihe aus laufenden Geschäften gezogenen Beispielen dargelegt. Für das damalige mathematische Wissen in Europa, wo als Vorbilder immer noch Autoren der Spätantike wie Boethius und Cassiodor dienten, repräsentierte der *Liber Abaci* ein Werk mit außerordentlicher Sprengkraft. Für den Handel, der im Begriff war, die familiäre Organisation der Geschäftsführung zu überwinden, um europäische Dimensionen anzunehmen, wurde das Werk zur Basis einer präzisen und vertrauenswürdigen Buchführung.



zum Inhaltsverzeichnis

12. Eine Pension für Leonardo aus Pisa

Angesichts der Ehre und der Verdienste unserer Stadt und ihrer Bürger, die diesen aus den Doktrinen und den großen Diensten des diskreten und wissenden Lehrers Leonarde Bigollo zukommen, seiner Schätzungen und Sätze im Gebiet der Rechenkunst, die für die Stadt und ihre Beamten notwendig sind, und angesichts anderer Dinge, sprechen wir — wie es sich geziemt — mit dem gegenwärtigen Akt besagtem Leonardo — nebst den üblichen Wohltaten - von der Gemeinde und dem öffentlichen Schatz zwanzig Lire als Titel zur Belohnung oder Jahressalär zu. Dies für seine Hingabe und Wissenschaft und als Entschädigung der Arbeit, die er unterhält, um die obengenannten Schätzungen und Sätze zu studieren und zu bestimmen. Dies alles, damit besagter [sc. Leonardo] außerdem wie gewohnt der Gemeinde von Pisa und ihren Beamten in den Praktiken des Rechnens diene.



[zum Inhaltsverzeichnis](#)

13. Das Stellenwertsystem

Einer der wichtigsten Beiträge des *Liber Abaci* bildet die Verbreitung der indo-arabischen Ziffern und des Stellenwertsystems. Die antiken Kulturen des Mittelmeerraums hatten eine Reihe von Methoden zur schriftlichen Fixierung von Zahlen erarbeitet. Die Ägypter und die Römer hatten jeweils eigene Zeichen für die Einheiten, die Zehner, die Hunderter und so weiter. So gaben beispielsweise die Römer die Einheiten mit l, die Zehner mit X, die Hunderter mit C an und folglich schrieben sie CCIII um zweihundertdrei anzugeben.

Die Griechen und die Hebräer hingegen verwendeten Buchstaben des Alphabets: Für die Griechen schrieb sich eins als α, zwei als β, drei als γ und so weiter; um zehn anzugeben, schrieben sie κ, dreißig war μ, hundert war ρ, zweihundert war σ und folglich wurde zweihundertdrei geschrieben als $\sigma\gamma$.

In der modernen Schreibweise, die von den Indern erfunden worden war und durch die Araber das Abendland erreichte, erhält jede Ziffer ihren Wert gemäss ihrer Position. Die Ziffer ganz rechts ist der Platz für die Einheiten, dann kommen gegen links fortlaufend die Zehner, die Hunderter und so weiter. Hiermit erwächst die Notwendigkeit eines Zeichens, um anzuzeigen, dass der entsprechende Platz leer ist, der Null.

Einem Stellenwertsystem am nächsten waren die Babylonier, die ein gemischtes Sexagesimalsystem verwendeten: Die Zahlen von eins bis neunundfünfzig schrieben sie in ähnlicher Form wie die Ägypter und Römer, während sie für die höheren Zahlen ein Stellenwertsystem verwendeten. Um zweihundertdrei anzugeben, schrieben sie eine drei gefolgt von dreiundzwanzig, d.h. drei Sechziger gefolgt von dreiundzwanzig Einheiten. Das letzte ausgenommen bereiteten all diese Systeme viele Schwierigkeiten bei der Notation großer Zahlen.

In der modernen Schreibweise, die von den Indern erfunden worden war und durch die Araber das Abendland erreichte, erhält jede Ziffer ihren Wert gemäß ihrer Position. Die Ziffer ganz rechts ist der Platz für die Einheiten, dann kommen gegen links fortlaufend die Zehner, die Hunderter und so weiter. Hiermit erwächst die Notwendigkeit eines Zeichens, um anzuzeigen, dass der entsprechende Platz leer ist, der Null. Entsprechend besteht die Zahl 203 aus zwei Hundertern, keinem Zehner und drei Einheiten.

zum Inhaltsverzeichnis

14. Probleme des *Liber Abaci*: Der Dreisatz

Wenn ein Cantare für 40 Lire verkauft wird, wie viel Wert haben dann 5 Rotuli?

Um die unbekannte Zahl zu finden, wird die erste Zahl rechts geschrieben, das heißt die Menge der Ware, an deren Seite auf der Linken ihr Preis. Wenn nun die zweite Menge der Ware bekannt ist, wird sie unterhalb der ersten Ware hingeschrieben, wenn die Summe, die ausgegeben werden muss, bekannt ist, wird sie unterhalb des Preises geschrieben. Dies in der Art, dass immer eine Gattung unter die andere gesetzt wird: Ware unter Ware, Geld unter Geld.

Ist dies einmal geschehen, werden die entgegengesetzten Zahlen multipliziert und das Produkt dann durch die verbleibende Zahl dividiert, was schließlich die gesuchte vierte Zahl ergibt.

In unserem Fall wird rechts l Cantare notiert, d.h. 100 Rotuli, und auf seiner Linken sein Preis, der 40 Lire beträgt. Unter den 100 Rotuli werden die 5 Rotuli angegeben, da sie zu derselben Gattung gehören. Nun werden die entgegengesetzten Zahlen multipliziert, also 5 mal 40, was zum Zwischenergebnis 200 führt, das seinerseits durch 100 geteilt 2 Lire als Preis für 5 Rotuli ergibt.

*Cantare und Rotuli bezeichnen mittelalterliche Gewichtseinheiten; ein Cantare entspricht 10 Rotuli.

zum Inhaltsverzeichnis

15. Probleme des *Liber Abaci:* Der falsche Ansatz

Es gibt einen Baum, von dem $^{1}/_{3}$ und ¼ unter der Erde sind. Der Rest, der über der Erde ist, macht 21 Spannen aus. Es wird gefragt, welches die Länge des Baumes sei.

Angenommen, der Baum sei 12 Spannen lang, von denen — wenn $^{1}/_{3}$ und ¼, also 7, abgezogen werden — 5 Spannen über der Erde bleiben. Folglich wirst du sagen: Im Fall, dass ich 12 gesetzt habe, ergibt es 5. Welche Zahl aber muss ich setzen, damit 21 herauskommt? Multipliziere folglich die Extreme, d.h. 12 mal 21, und teile (das Produkt) durch das Mittelglied 5, was 50 $^{2}/_{5}$ ergibt.

Dieses Vorgehen wird die Methode des falschen Ansatzes genannt, weil mittels einer Ausgangshypothese, die in der Regel falsch ist, die Lösung durch die Anwendung des Dreisatzes gefunden wird. Im *Liber Abaci* werden die Methode des falschen Ansatzes und deren Verallgemeinerung mit einer Meisterschaft angewendet, die an die Grenze des Virtuosentums reicht.

zum Inhaltsverzeichnis

16. Probleme des *Liber Abaci:* Wenn 3 gleich 4 wäre

Wenn 3 gleich 4 wäre, wie viel wäre dann 5? Wenn diese (oder eine ähnliche) Frage nicht aus dem *Liber Abaci* gezogen wäre, erschiene sie als die Wahnvorstellung eines Irren. Leonardo Fibonacci selbst weist uns die Antwort:

Wenn man von der 5 fragt, zu welcher Zahl sie dieselbe Proportion hat wie 3 zu 4, machst du *es folgendermaßen: Multipliziere 4 mal 5, das ergibt 20, was durch 3 geteilt* $6\,^{2}/_{3}$ *ergibt, und dies ist die gesuchte Zahl. Also:*

Wenn 3 gleich 4 wäre, dann wäre 5 gleich $6\,^{2}/_{3}$.

Dasselbe Problem lässt sich auch von einem anderen Standpunkt betrachten. Den Fibonacci sagt auch:

Wenn 3 gleich 4 wäre, wie viel wäre 5? Dieses Problem *ist dasselbe, wie wenn man sagen würde: 3 Rotuli kosten 4 Byzantiner, wie viel kosten 5 Rotuli? Nun muss diese Frage nach der Art des Einkaufs behandelt werden, indem gemäss der Regel operiert wird, die wir für diese Fragen gelehrt haben.*

So versteckt sich hinter einer scheinbar abwegigen Problemstellung eine abstrakte Formulierung des Dreisatzes und eine allgemeine Rechenmethode.

zum Inhaltsverzeichnis

17. Kaninchen und Fibonacci-Zahlen

Wie viele Kaninchenpaare stammen in einem Jahr von einem einzigen Paar ab?

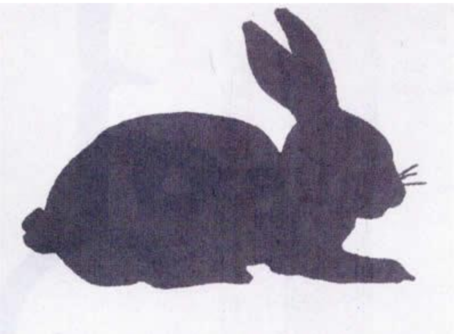
Jemand schloss ein Kaninchenpaar in einen vollständig mit Wänden abgeschlossenen Raum, um herauszufinden, wie viele Kaninchenpaare in einem Jahr von diesem einen Paar abstammen. Von Natur aus zeugt jedes Kaninchenpaar ein weiteres Paar pro Monat. Dieses wiederum beginnt vom zweiten Lebensmonat an, sich fortzupflanzen.

Um das Problem zu lösen, setzen wir zum Beispiel, dass es im November eine gewisse Anzahl Kaninchenpaare gebe, sagen wir 21, und dass es im Oktober 13 gewesen seien. Von den Paaren des Monats November sind somit acht neu geboren worden und daher noch nicht zeugungsfähig. Folglich wird es im Dezember die 21 Paare vom November geben plus die 13 Paare, die von den Kaninchen gezeugt wurden, die bereits im Oktober da waren.

Dies ist immer wahr und folglich muss man - wie Fibonacci beobachtet -, um die Zahl der Kaninchen zu finden, nichts anderes tun, als die Summe zu bilden:

der ersten und der zweiten Zahl, also l und l; dann der zweiten und der dritten, der dritten und der vierten, der vierten und der fünften, und so weiter, bis zur Summe der zehnten und der elften Zahl, also 89 und 144, um die Schlusssumme von 233 Kaninchenpaaren zufinden. In dieser Weise kann für beliebig viele weitere Monate fortgefahren werden.

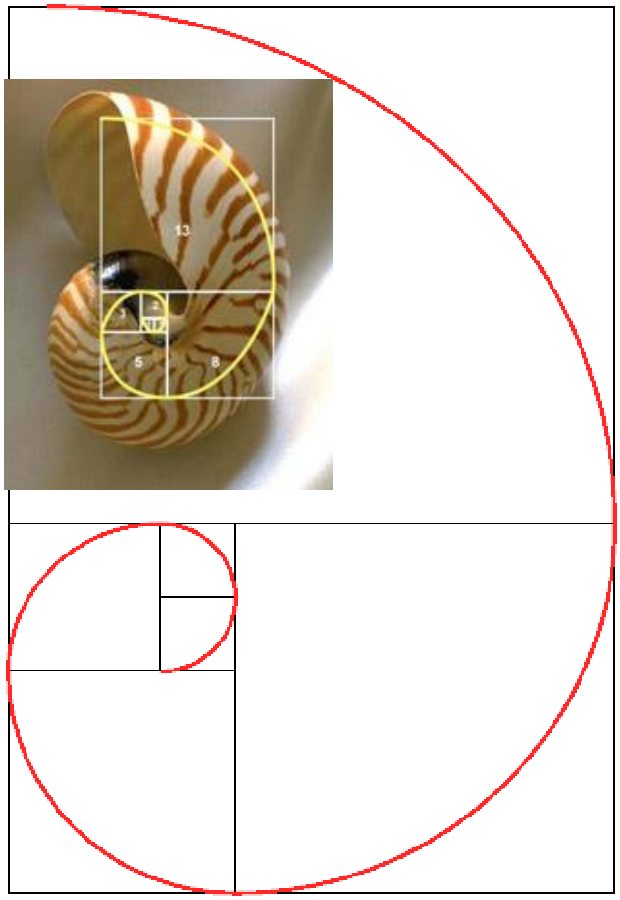
Die Folge 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, ... heißt heute die *Fibonacci-Folge* und die Zahlen, aus denen sie besteht, werden die *Fibonacci-Zahlen* genannt. Später wurde entdeckt, dass sich die Fibonacci-Folge natürlicherweise in der Natur und der Kunst findet, und heute ist der Name von Leonardo Fibonacci einem breiteren Publikum gerade dank dieser Zahlenfolge bekannt, die er selbst sehr wahrscheinlich als eine reine Kuriosität betrachtet hat.



zum Inhaltsverzeichnis

18. Schnecken und andere Kuriositäten

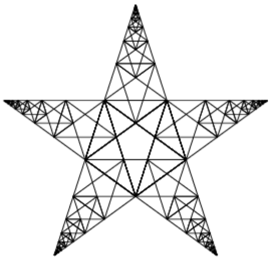
Ein geometrisches Problem, das zu den Fibonacci-Zahlen führt, ist dasjenige der Konstruktion aneinanderliegender Quadrate. Gehen wir von einem Quadrat mit der Seitenlänge l aus. Auf der Fläche dieses Quadrats konstruieren wir ein zweites anliegendes Quadrat, ebenfalls mit der Seitenlänge l. Die zwei Quadrate werden dann ein Rechteck der Fläche 2x1 bilden, und somit wird das nächste anliegende Quadrat die Seitenlänge 2 haben. Zusammen mit den vorhergehenden wird dieses Quadrat ein Rechteck der Fläche 3x2 bilden, an das sich ein Quadrat mit der Seitenlänge 3 anschließen wird. Wenn man in dieser Art fortfährt, bildet man eine Sequenz von Quadraten, deren Seitenlängen der Folge der Fibonacci-Zahlen l, l, 2, 3, 5, 8, 13, etc. entsprechen. Wird in jedem Quadrat ein Viertel eines Kreises gezogen wie in der Abbildung, erhält man die sogenannte Fibonacci-Spirale, eine Form, die bei gewissen Schnecken beobachtet werden kann.



Die Schnecken sind lediglich ein Beispiel für ein verbreitetes Phänomen: das Vorkommen der Fibonacci-Zahlen in der Natur. Die Fibonacci-Zahlen finden sich in der Position der Blätter und der Blumenblätter von Blumen, in den Verzweigungen einiger Pflanzen, in der Anordnung der Samen der Sonnenblumen sowie der Schuppen der Tannzapfen und Fruchtspelzen von Ananasfrüchten. Diese sind so angeordnet, dass sie zwei Serien von entgegengesetzten Spiralen bilden, die im Zentrum zusammenfließen. Im selben Tannzapfen oder derselben Pflanze sind die Zahlen der Spiralen, die sich in beide Richtungen winden, aufeinanderfolgende Fibonacci-Zahlen.

zum Inhaltsverzeichnis

19. Die Fibonacci-Zahlen und der Goldene Schnitt



Eine unerwartete Eigenschaft der Fibonacci-Zahlen ist, dass - je länger man die Folge fortsetzt - das Verhältnis zwischen einer Zahl dieser Folge und der vorhergehenden sich immer mehr der irrationalen Zahl

$$\gamma = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = 1{,}6180339887498948482045 86...$$

annähert. Dieses Verhältnis, das sich bereits in den *Elementen* des Euklid als Lösung des Problems der „Division des Segments in einem mittleren und extremen Verhältnis" findet, wird von Luca Pacioli - der ihr einen ganzen Band mit diesem Titel widmete - die „Göttliche Proportion" und später „Goldener Schnitt" oder „Goldene Zahl“ genannt. Der Goldene Schnitt hat spezielle Eigenschaften der Symmetrie und spielt in den bildenden Künsten eine wichtige Rolle. Leonardo da Vinci konstruierte die Proportionen des menschlichen Körpers auf der Basis des Goldenen Schnitts. In der näheren Vergangenheit stand dieser im Zentrum der Interessen von Mondrian und Severini.

Ebenfalls noch den Fibonacci-Zahlen und dem Goldenen Schnitt verpflichtet ist der Modulor von Le Corbusier, während die Achse des Turmes des Palazzo Vecchio in Florenz die Breite gemäß dem mittleren und extremen Verhältnis teilt.

zum Inhaltsverzeichnis

20. Münzen und Zinsen

Einen besonderen Platz nehmen in der Handelsarithmetik die Darlehen und die Zinsen ein. In der Regel ist die Währungseinheit die Lira (lat. libra, dt. Pfund), die sich aus 20 Soldi (lat. solidus, dt. Schilling) zusammensetzt, von denen jeder den Wert von 12 Denari (lat. denarius, dt. Pfennig) hat. Somit hat eine Lira den Wert von 240 Denari.

Die Zinsen werden erst nach einem Jahr ausgeschüttet (man spricht vom „Verdienst zu Jahresbeginn"); für Teile des Jahres werden einfache Zinsen verrechnet. Diese werden in Denari pro Lira im Monat angegeben. Ein Denaro pro Lira im Monat entspricht 12 Denari pro Lira im Jahr. Angesichts der Tatsache, dass 12 Denari einem Soldo, also einem Zwanzigstel einer Lira, gleichkommen, entspricht dies einem Zins von 5%. Entsprechend ergeben 4 Denari pro Lira im Monat einen jährlichen Zins von 20%.

zum Inhaltsverzeichnis

21. Die Hände als Gedächtnis

Im Mittelalter war das Papier ein seltenes und kostbares Gut. Folglich erfolgten viele Operationen, die heute ausgeführt werden, indem auf Papier geschrieben wird, zum Teil, indem auf unpraktische Weise in den Staub oder den Sand geschrieben wurde, zum Teil auf mentale Weise. Es war somit wichtig, die Möglichkeit zu haben, Teilresultate zu memorieren, in der Art, dass sie wiederabrufbar bleiben und zu einem späteren Moment weiterverwendet werden können.

Die verbreitetste Methode, um eine Zahl zu memorieren, war, „sie in der Hand zu halten" und zwar mittels eines elaborierten Systems der Positionen der Finger. Mit der linken Hand werden die Einheiten und die Zehner festgehalten, also die Zahlen von l bis 99, während die rechte Hand in symmetrischer Weise eingesetzt wird, um die Hunderter und Tausender zu registrieren. In der Art, dass die Position, die bei der linken Hand eine Zahl angibt, zum Beispiel 35, bei der rechten Hand ebenso viele Hunderter bezeichnet, folglich 3500.

Die Kunst, die Zahlen mit den Händen festzuhalten, bildete einen wichtigen Teil der Lehre der Arithmetik. Entsprechend fehlten am Anfang der Rechentraktate (trattati d'abaco) nicht die zwei Seiten mit den Abbildungen der Positionen der Finger.

zum Inhaltsverzeichnis

22. Probleme des *Liber Abaci:* Alte und Katzen

Einige Problemstellungen, die im *Liber Abaci* behandelt werden, sind uralten Ursprungs und waren über Jahrtausende weitergegeben worden, bevor sie Leonardo Fibonacci und dann schließlich unsere Zeit erreichten. Eines der ältesten Probleme, das sich bereits im Papyrus Rhind findet, besteht darin, die Summe einer geometrischen Folge im Verhältnis 7 zu ziehen:

Sieben Häuser, in jedem sieben Katzen, jede Katze tötet sieben Mäuse, jede Maus hatte sieben Körner gegessen, jedes Korn produziert sieben Hekat. Welches ist die Gesamtsumme von all diesen Dingen?

Dieses Problem ist bis in unsere Zeit gelangt:

Auf einer Strasse, die nach Camogli fuhrt,
traf ich einen Mann mit sieben Ehefrauen.
Jede Ehefrau hatte sieben Säcke,
und in jedem Sack waren sieben Katzen,
jede Katze mit sieben Kätzchen.
Unter Säcken, Katzen, Kätzchen und Ehefrauen
zu wie vielen gingen sie nach Camogli?

Im *Liber Abaci* findet sich folgende Äußerung:

Sieben Alte gehen nach Rom, jede hat sieben Maulesel, jeder Maulesel trägt sieben Säcke, in jedem Sack befinden sich sieben Brote, jedes Brot hat sieben Messer, jedes Messer hat sieben Scheiden. Es wird die Summe von allen gefordert.

Im Papyrus Rhind finden sich fünf, im Verslein von Camogli vier, in Fibonaccis Problemstellung sechs Terme.

zum Inhaltsverzeichnis

23. Probleme des *Liber Abaci*: Das Schachbrett

Ein anderes uraltes Problem, das unverändert bis in unsere Zeit weitergereicht wurde, ist an das Schachspiel gebunden. Die Überlieferung will, dass sein Erfinder ein Getreidekorn als Entschädigung für das erste Häuschen verlangte, für das zweite zwei, vier für das dritte, acht für das vierte, und so weiter, indem die Zahl verdoppelt würde, bis das letzte Häuschen des Schachbretts, das vierundsechzigste, erreicht sei.
Fibonacci erwähnt zwar die Legende nicht, aber berechnet die Zahl der Getreidekörner auf 18'446'744'073'709'551'615.

Eine derart große Zahl besagt zunächst nichts, und es ist schwierig, sich eine Vorstellung ihres ungeheuren Umfangs zu machen. Ausgeschrieben sieht sie im Grunde nicht mehr unbedingt beängstigend groß aus. Damit sich der Leser eine Vorstellung machen kann, fragt sich Fibonacci: Wie viele Schiffe könnten damit gefüllt werden, wenn jedes Schiff 500 Pisanische Scheffel tragen kann, die alle je 24 Sechter wiegen, wobei ein Sechter sich aus 140 Pfund zusammensetzt, dieses wiederum aus 12 Unzen, die ihrerseits je 25 Denare wiegen, denen wiederum je 24 Getreidekörner entsprechen? Das Resultat ist erstaunlich: Es würden l'525'028'445 Schiffe beladen, also eineinhalb Milliarden; „eine Zahl, die offensichtlich unzählbar und beinahe unendlich ist.“

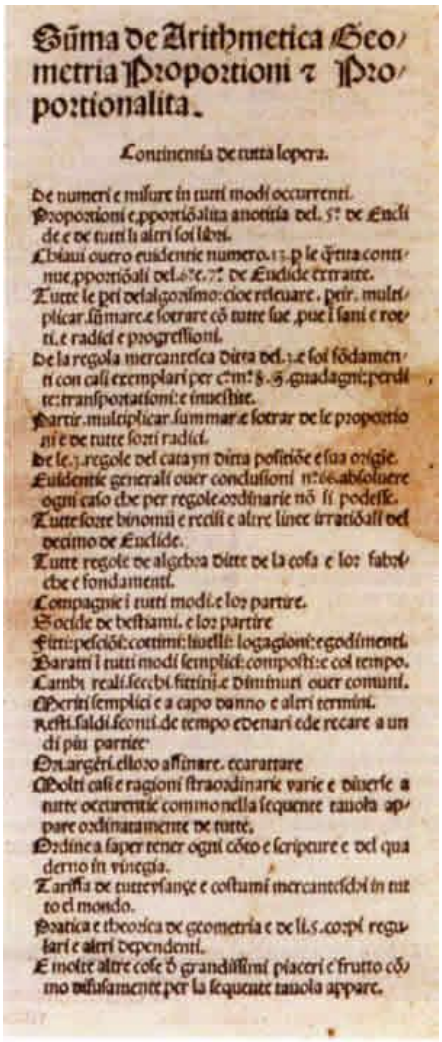
zum Inhaltsverzeichnis

24. Die Wirkung des *Liber Abaci*

Da der *Liber Abaci* in einem auf dem Gebiet der Mathematik rückständigen Umfeld erschien, bedurfte es einer beachtlichen Zeit, bis er seine Früchte tragen konnte: Erst für die letzten Jahrzehnte des dreizehnten Jahrhunderts begegnet man konkreten Zeugnissen des Einflusses von Leonardo Fibonacci auf die Entwicklung der Mathematik in Italien. Dies beinahe immer in Verbindung mit den Aktivitäten der Rechenschulen (scuole d'abaco). Der größte Teil der Rechentraktate ist direkt vom Werk des Pisaners inspiriert, der unbestritten als Begründer und bedeutendster Exponent der mittelalterlichen Mathematik anerkannt wird.

Gegen die Mitte des 15. Jahrhunderts versiegten durch die Erfindung des Buchdrucks die herkömmlichen Kanäle der Wissensvermittlung. Dadurch verschwanden diejenigen Autoren aus dem kollektiven Gedächtnis, deren Werke - aus welchen Gründen auch immer - nicht durch die Druckpresse liefen. Diesem Schicksal entging nicht einmal Fibonacci, der bereits während des 16. Jahrhunderts nicht viel mehr als ein Name war: Cardano ordnet Leonardo „wenige Jahre vor" Luca Pacioli ein; Bernardino Baldi, Schüler von Commandino und Verfasser einer *Chronik der Mathematiker*, gibt an, er habe im Jahr 1400 gelebt.

Es sollte noch bis ins 19. Jahrhundert dauern, bis Fibonacci wieder aus einer historisch korrekten Perspektive eingeordnet wurde.



Sũma de Arithmetica Geometria Proportioni & Proportionalita.

Continentia de tutta lopera.

De numeri e misure in tutti modi occurrenti.
Proportioni e pportiõalita anotitia del. 5° de Euclide e de tutti li altri soi libri.
Chiaui ouero euidentie numero. 13. p le qntita continue pportiõali del. 6° e. 7° de Euclide extratte.
Tutte le pti del algorismo: cioe releuare. partir. multiplicar. sũmare e sotrare cõ tutte sue pue i sani e rotti. e radici e progressioni.
De la regola mercantesca ditta del. 3. e soi fõdamenti con casi exemplari per cõmõ guadagni: perdite: transportationi: e inuestite.
Partir. multiplicar. summar. e sotrar de le proportioni e de tutte sorti radici.
De le. 3. regole del catayn ditta positiõe e sua origie.
Euidentie generali ouer conclusioni n° 66. absoluere ogni caso che per regole ordinarie nõ si podesse.
Tutte sorte binomii e recisi e altre linee irratiõali del decimo de Euclide.
Tutte regole de algebra ditte de la cosa e lor fabriche e fondamenti.
Compagnie i tutti modi. e lor partire.
Socide de bestiami. e lor partire
Fitti: pesciõi: cottimi: liuelli: logagioni: e godimenti.
Baratti i tutti modi semplici: composti: e col tempo.
Cambi reali. secchi. fittini. e diminuti ouer comuni.
Meriti semplici e a capo danno e altri termini.
Resti. saldi. sconti. de tempo e denari e de recare a un di piu partite.
Oro. argẽti. e lloro affinare. e carattare
Molti casi e ragioni straordinarie varie e diuerse a tutte occurentie commo nella sequente tauola apare ordinatamente de tutte.
Ordine a saper tener ogni cõto e scripture e del quaderno in vinegia.
Tariffa de tutte vsanze e costumi mercanteschi in tutto el mondo.
Pratica e theorica de geometria e de li. 5. corpi regulari e altri dependenti.
E molte altre cose d grandissimi piaceri e frutto cõmo diffusamente per la sequente tauola appare.

zum Inhaltsverzeichnis

25. Handel und Mathematik

Zu Beginn des 14. Jahrhunderts führte die Intensivierung des Handels zur Bildung von Geschäften mit Niederlassungen in verschiedenen Städten. Deren Zusammenhalt beruhte auf der einen Seite auf einem äußerst engen Austausch zwischen den Geschäftspartnern, auf der anderen Seite auf einem gut erprobten System der Buchhaltung, welches durch die Praxis immer mehr perfektioniert worden war. Nebst dem Mittel der vorläufigen Registrierung im Gedächtnis, nahmen das Tagebuch, mit der täglichen Eintragung der Operationen in chronologischer Folge, dann das Hauptbuch, wo für jeden engeren Geschäftspartner ein eigenes Konto reserviert war, unterteilt in Soll und Haben, und schließlich weitere spezielle Hefte für die Anlagevermögen und die Umlaufvermögen, die Waren und die Teilhaber einen wichtigen Platz ein.

Für Handelsorganisationen dieser Komplexität konnte eine elementare Arithmetik nicht mehr genügen. Deren Bedürfnisse in der Buchhaltung erforderten sehr wohl breitere Kenntnisse. An erster Stelle eben jene arabischen Ziffern, die für Geschäfte kleinerer Dimensionen eher ein Anlass zur Beunruhigung als ein Arbeitsinstrument gewesen waren. Von diesen Unternehmen, die in vielen Fällen auf internationalem Niveau agierten, ging die Motivation aus für die Verbreitung, wenn nicht des *Liber Abaci* als solchem, so doch gewiss der innovativen Techniken und Notationen, die er enthielt.

zum Inhaltsverzeichnis

26. Die Rechenschulen (scuole d’abaco)

Die Verbreitung der arabischen Ziffern und der entsprechenden Rechenmethoden erfolgte zum großen Teil anhand von Institutionen, die möglicherweise in der Geschichte Europas einzigartig sind: den Rechenschulen. Seit dem späten 13. Jahrhundert blühten diese vor allem in den wirtschaftlich aktivsten Zentren, wo die Handelsaktivitäten eine Konsolidierung und Expansion erfuhren und damit Platz schufen für ein vermögendes Wirtschaftsbürgertum. Dieses sollte es von da an nicht versäumen, die politische Kontrolle der Republiken für sich zu beanspruchen.

In den kleineren Zentren wurden die Rechenlehrer (maestri d'abaco) üblicherweise von den Gemeinden bezahlt, die sich ihrer auch als Berater für Fragen der Masse und Schätzungen bedienten. In den großen Städten wie Venedig oder Florenz entstand eine große Anzahl privater Rechenschulen, die ununterbrochen bis ins 16. Jahrhundert bestehen blieben, dann aber durch die religiösen Bildungsinstitutionen verdrängt wurden.

Obwohl sie selbstverständlich noch unvollständig aufgearbeitet sind, belegen die ersten Zeugnisse der Anwesenheit von Rechenlehrern in den verschiedenen italienischen Städten die deutliche Vorherrschaft der toskanischen Rechenzentren und ihrer Lehrer.

zum Inhaltsverzeichnis

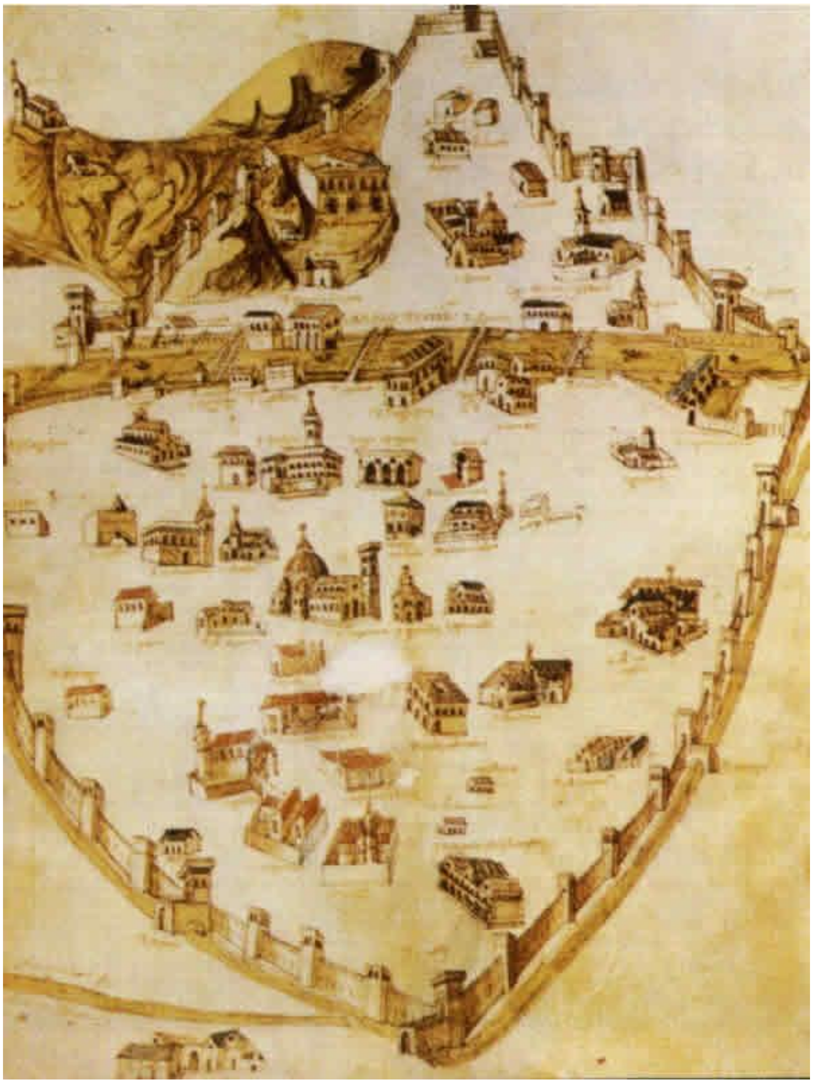
27. Die Rechenschulen in Florenz

Die Verbreitung der Rechenschulen erreichte in Florenz, wo man auf das einzigartige Phänomen einer ‚Massenschulung' trifft, ein besonderes Ausmaß. Gemäß der *Chronik* von Giovanni Villani für das Jahr 1338:

> *Finden wir, dass es zwischen acht- und zehntausend Knaben und Mädchen, die am Lesen sind, hat. An Kindern, die in sechs Schulen das Rechnen und den Algorithmus am Lernen sind, finden sich zwischen tausend und tausendzweihundert. Von denjenigen, die in vier großen Schulen die Grammatik und Logik am Lernen sind, finden sich zwischen fünfhundertfünfzig und sechshundert.*

Für die Zeit von der Mitte des 14. Jahrhunderts bis zum ersten Drittel des 16. Jahrhunderts sind in Florenz zwanzig Rechenschulen beglaubigt. Eine Zahl, die sehr wahrscheinlich in der Folge weiterer Archivrecherchen noch anwachsen dürfte.

Florenz war damals in die Quartiere von Santa Maria Novella, Santa Croce, San Giovanni und Santo Spirito unterteilt. Jedes dieser Quartiere war seinerseits nach vier Bannern geteilt.



zum Inhaltsverzeichnis

28. Eine Rechenschule in Pisa

Unter den Dokumenten, die den Unterricht in den Rechenschulen beschreiben, ist das ausführlichste dasjenige über die Schule von Cristofano di Gherardo di Dino, Rechenlehrer in Pisa im Jahr 1442:

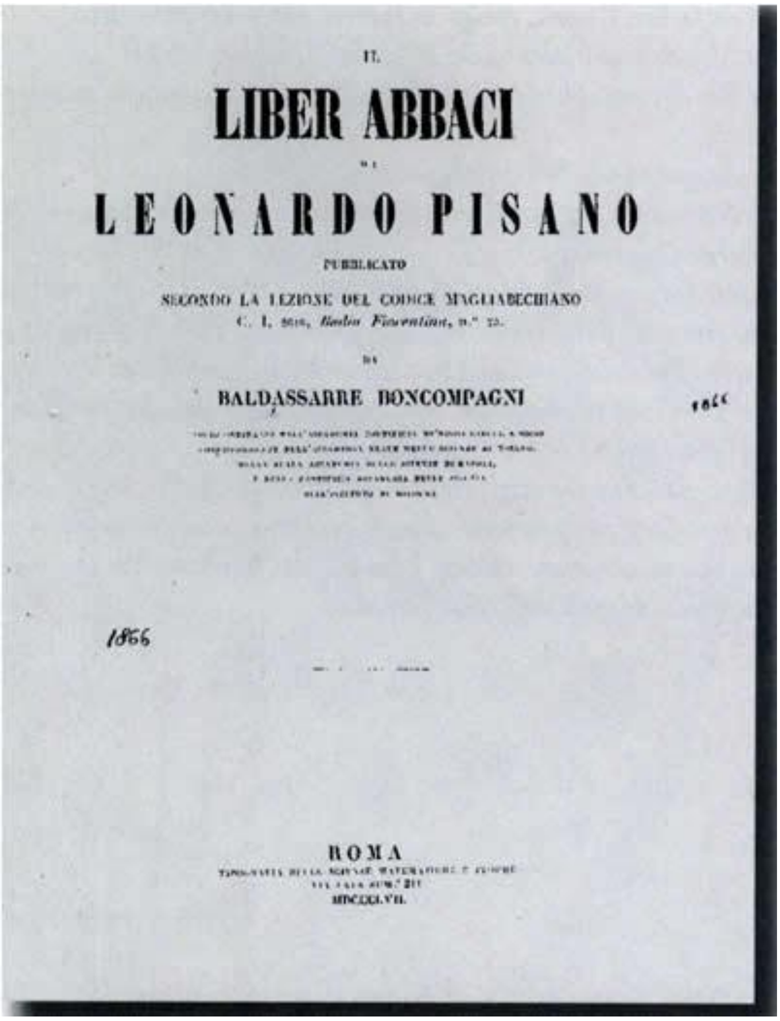
> *Dies ist die Form und die Art und Weise das Rechnen nach der Pisanischen Art zu lehren, das heißt der Anfang, die Mitte und das Ende, wie wir im Folgenden ausführen werden:*
>
> *- Zuerst, wenn der Jüngling in die Schule kommt, lehrt man ihn die Ziffern zu machen, das heißt 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1.*
> *- Dann lehrt man ihn, die Zahlen mit der Hand darzustellen, das heißt mit dir linken Hand die Einheiten und mit der rechten die Zehner, Hunderter und Tausender.*
> *- Dann [sc. lehrt man ihn], die Zahlen auf der Tafel zu erkennen, das heißt zunächst diejenigen aus zwei Ziffern und was sie bedeuten, dann in gleicher Weise diejenigen aus drei Ziffern, aus vier Ziffern und so weiter für alle mit der Hand darstellbaren Ziffern.*
> *Sodann sind sie abzulegen und zu behalten.*
> *- Dann wird die pythagoreische Tafel gemacht, von eins mal eins bis zehn mal zehn ergibt hundert, welche man aufwändig lernen lässt in der Art, dass er sie [sc. die Multiplikationen] auch einzeln gut beherrscht.*
> *- Dann wird die Division gemacht.*
> *- Dann werden Brüche multipliziert.*
> *- Dann werden die Brüche addiert.*
> *- Dann die Division.*
> *- Dann die einfachen Zinsen, einige Aufgaben; dann der Zinseszins.*
> *- Dann das Messen von Flächen, das heißt das Quadrat bilden.*
> *- Dann die Beträge von Abzügen, das heißt einfache Abzüge und zusammengesetzte Abzüge.*
> *- Dann die Aufgaben mit Silbermünzen und Unzen.*
> *- Dann das Schmelzen und Legieren von Münzen unterschiedlichen Silber-Feingehalts.*
> *- Dann die erste Opposition.*
> *- Beachte, dass man zwischen dem obengenannten Stoff die Schüler die Stifte in der [sc. angemessenen] Art und Weise verwenden lässt, das heißt dem Stoff gemäß, den sie bearbeiten. Und sie während desselben Tages in der Bank [sc. sitzend] mit den Händen und zuweilen auf der Tafel aufzeichnen lässt und ihnen von Zeit zu Zeit einige außerordentliche Aufgaben gibt, ganz nach Gutdünken des Lehrers.*

- Und beachte, dass dies die allgemeine Regel ist: Ihnen jeden Abend Aufgaben anzugeben, jeweils dem Stoff entsprechend, den sie studieren, und die sie dann am nächsten Morgen erledigt zurückbringen müssen. Und beachte, dass im Fall von Feiertagen die genanten Aufgaben doppelt aufgegeben werden.

zum Inhaltsverzeichnis

29. Die Wiederentdeckung von Fibonacci im 19. Jahrhundert

Gegen Ende des 18. Jahrhunderts, mit dem Wiedererwachen der mathematik-historischen Forschungen in Italien, erlangte das Werk von Fibonacci seine angemessene historische Stellung zurück. Bahnbrechend bei dieser Wiedergeburt von Fibonacci waren der Veroneser Pietro Cossali und der Bologneser Giambattista Guglielmini. Ersterer war Autor des Werks *Origine, trasporto in ltalia, primi progressi in essa dell'algebra* (1798-99), der zweite eines *Elogio di Lionardo Pisano* (1812). Einige Jahrzehnte später lieferten sich Guglielmo Libri und Michel Chasles eine Kontroverse, die unter anderem die Bewertung der Rolle von Fibonacci in der Geschichte der Algebra und der unbestimmten Analysis umfasste.
Aber der eigentliche ´Restaurator` des Namens und des Werks von Fibonacci war Baldassarre Boncompagni. Nach einem vertieften Studium des Lebens und der Zeit des Pisaners gab er zunächst die kleinen Schriften *(Opuscoli)* in zwei aufeinander folgenden Editionen (1854 und 1856) heraus und schuf dann eine monumentale Edition aller Werke Fibonaccis, die bis heute überliefert sind: nebst den kleinen Schriften *(Liber Quadratorum, Flos* und *Epistola)* den *Liber Abaci* (1857) und die *Practica Geometriae* (1862). Bis heute ist die Ausgabe von Boncompagni di e einzige Ausgabe der Werke Leonardo Fibonaccis.


IL
LIBER ABBACI
DI
LEONARDO PISANO
PUBBLICATO
SECONDO LA LEZIONE DEL CODICE MAGLIABECHIANO
C. I, 2616, *Badia Fiorentina*, n.° 73
DA
BALDASSARRE BONCOMPAGNI
1866
1866
ROMA
MDCCCLVII

zum Inhaltsverzeichnis

FIBONACCI

UN PONTE SUL MEDITERRANEO

*DIE ARABISCHE WISSENSCHAFT
UND DIE WIEDERGEBURT
DER MATHEMATIK IM ABENDLAND*

IL GIARDINO DI ARCHIMEDE
un museo
per la [matematica]